**BÀI TẬP TỔNG ÔN VỀ**

**ƯỚC CHUNG, ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT**

**BỘI CHUNG, BỘI CHUNG NHỎ NHẤT**

**A/ Bài tập về ước chung**

**I/ VÍ DỤ**

**Ví dụ 1.**

1) Số 12 có là ước chung của 24 và 40 không? Vì sao?

2) Số 13 có là ước chung của 65; 117; 195 không? Vì sao?

***Lời giải***

1) Do 40 không chia hết cho 12 nên 12 không là ước chung của 24 và 40

2) Do 65 = 13.5; 117 = 13.9; 195 = 13.15 nên 13 là ước chung của 65; 117; 195

**Ví dụ 2.** Xác định các tập hợp

1) Ư(15); Ư(27); ƯC(15; 27)

2) Ư(16); Ư(20); Ư(30); ƯC(16; 20; 30)

***Lời giải***

Trước hết phân tích các số ra thừa số nguyên tố, rồi dung nhận xét về ước số.

1) Do 15 = 3.5 nên Ư(15) = {1; 3; 5; 15}

Do 27 = 33 nên Ư(27) = {1; 3; 9; 27}. Từ đó suy ra ƯC(15; 27) = {1; 3}

2) Do 16 = 24; 20 = 22.5; 30 = 2.3.5

=> Ư(16) = {1; 2; 4; 8; 16}; Ư(20) = {1; 2; 4; 5; 10; 20};

Ư(30) = {1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30}.

Từ đó suy ra ƯC(16; 20; 30) = {1; 2}

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1.** Xác định các tập hợp

a) Ư(25); Ư(39); Ư(25; 39).

b) Ư(100);Ư(120);Ư(140);Ư(100; 120; 140).

**Bài 2.** Một khu đất hình chữ nhật dài 60m, rộng 24m. Người ta cần chia thành những khu đất hình vuông bằng nhau (độ dài cạnh là một tự nhiên mét) để trồng hoa. Hỏi có bao nhiêu cách chia? Cách chia nào thì diện tích hình vuông lớn nhất?

**Bài 3.** Bạn Lan có 48 viên bi đỏ, 30 viên bi xanh, 66 viên bi vàng. Lan muốn chia đều số bi vào các túi sao cho mỗi túi đều có cả ba loại bi. Hỏi Lan có thể chia bằng mấy cách chia? Với cách chia bi vào nhiều túi nhất thì mỗi túi có bao nhiêu bi mỗi loại?

**Bài 4.** Linh và Loan mua một số hộp bút chì màu, số bút đựng trong mỗi hộp bằng nhau và lớn hơn 1. Kết quả Linh có 15 bút chì màu, Loan có 18 bút chì màu. Hỏi mỗi hộp bút chì màu có bao nhiêu chiếc?

**Bài 5.** Hai lớp 6A và 6B tham gia phong trào “Tết trồng cây”. Mỗi em trồng được số cây như nhau. Kết quả lớp 6A trồng được 132 cây, lớp 6B trồng được 135 cây. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

**Bài 6.** Tìm số tự nhiên a biết rằng khi chia số 111 cho a thì dư 15, còn khi chia 180 cho a thì dư 20

**B/ *Bài tập về tìm ước chung lớn nhất***

**I/ VÍ DỤ**

**Ví dụ 1.** Tìm ƯCLN của:

1) 32 và 80 2) 16; 32 và 128 3) 2009 và 3000

***Lời giải***

1) ƯCLN(32; 80) = ƯCLN(32; 16) = ƯCLN(16; 0) = 16

2) ƯCLN(16; 32; 128) = ƯCLN(16; 0; 0) = 16

3) ƯCLN(2009; 3000) = ƯCLN(2009; 991) = ƯCLN(991; 27) = ƯCLN(27; 19) = 1

**Ví dụ 2.** Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 120m, chiều rộng 36m. Người ta muốn trồng cây xung quanh vườn sao cho mỗi góc vườn có một cây và khoảng cách giữa hai cây liên tiếp bằng nhau. Hỏi số cây phải trồng ít nhất là bao nhiêu?

***Lời giải***

Muốn số cây phải trồng ít nhất thì khoảng cách giữa hai cây trồng liên tiếp phải lớn nhất, ta gọi khoảng cách này là *a* mét () thì a phải là số lớn nhất sao cho  và .

Vậy *a* = ƯCLN(120; 36)

Ta có 36 = 22.32; 120 = 23.3.5 nên *a* = 22.3 = 12

Vậy khoảng cách lớn nhất giữa hai cây trồng liên tiếp là 12m

Chu vi của vườn là: (120 + 36).2 = 312 (m)

Tổng số cây ít nhất phải trồng là: 312 : 12 = 26 (cây)

**Ví dụ 3.** Tìm ƯCLN rồi tìm ước chung của các số sau

1) 60 và 88 2) 150; 168; 210

***Lời giải***

1) 60 = 22.3.5; 88 = 23.11

Nên ƯCLN(60; 88) = 22 = 4 ƯC(60; 88) = {1; 2; 4}

2) 150 = 2.3.52; 168 = 23.3.7; 210 = 2.3.5.7

Nên ƯCLN(150; 168; 210) = 2.3 = 6 ƯC(150; 168; 210) = {1; 2; 3; 6}

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 7.** Tìm số tự nhiên *a* lớn hơn 25, biết rằng các số 525; 875; 280 đều chia hết cho *a*

**Bài 8.** Tìm ƯCLN và tập hợp ước chung của các số sau:

a) 10; 20; 70

b) 5661; 5291; 4292

**Bài 9.** Tìm ƯCLN của hai số tự nhiên *a* và *a* + 2

**Bài 10.** Cho ƯCLN(*a; b*) = 1. Hãy tìm ƯCLN(11*a* + 2*b*; 18*a* + 5*b*)

**Bài 11.** Trong cuộc thi học sinh giỏi cấp Tỉnh cho ba môn Văn, Toán, Ngoại Ngữ có số học sinh tham dự như sau: môn Văn có 96 học sinh dự thi, môn Toán có 120 học sinh dự thi, môn Ngoại Ngữ có 72 học sinh dự thi. Trong buổi tổng kết giải các bạn được phân công đứng thành hàng dọc, sao cho mỗi hàng có số bạn thi mỗi môn bằng nhau. Hỏi có thể phân công học sinh đứng thành ít nhất bao nhiêu hàng?

C/ ***Bài tập về tập hợp***

**I/ VÍ DỤ**

**Ví dụ 1.**

1) Viết tập hợp A các số tự nhiên là ước số của 50

2) Viết tập hợp B các số tự nhiên là bội số của 5

3) Viết tập hợp C = AB. Dùng kí hiệu để thể hiện quan hệ giữa các tập hợp A, B, C.

***Lời giải***

1) Do 50 = 2.52 nên A = Ư(50) = {1; 2; 5; 10; 25; 50}

2) B = B(5) = 

3) C = AB = {5; 10; 25; 50}

Mối quan hệ C B; C A.

**Ví dụ 2.** Tìm giao của hai tập hợp A và B, biết rằng:

1) A là tập hợp các học sinh giỏi Ngoại Ngữ, B là tập hợp các học sinh giỏi Toán.

2) A là tập hợp các số chia hết cho 5, B là tập hợp các số không chia hết cho 10

***Lời giải***

1) AB là tập hợp các học sinh giỏi cả Toán và Ngoại Ngữ

2) A là tập hợp các số có tận cùng là 0 hoặc 5, B là tập hợp các số có tận cùng khác 0

Suy ra AB là tập hợp các số tự nhiên có tận cùng là 5

**Ví dụ 3.** Trong một lớp 6 có 8 học sinh giỏi Văn, 10 học sinh giỏi Toán và 5 học sinh giỏi cả Toán và Văn. Hỏi lớp này có bao nhiêu học sinh giỏi?

***Lời giải***

Nhận thấy 5 học sinh giỏi cả Toán và Văn vừa được tính trong số học sinh giỏi Toán, vừa được tính trong số học sinh giỏi Văn, tức là được tính hai lần. Vì vậy số học sinh giỏi trong lớp là: 8 + 10 – 5 = 13 (bạn)

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Bài 12.** Tìm giao của hai tập hợp A và B, biết rằng

a) A là tập hợp các học sinh hát hay, B là tập hợp các học sinh múa dẻo.

b) A là tập hợp các số chia hết cho 4, B là tập hợp các số chia hết cho 10.

c) A là tập hợp các bội số của 15, B là tập hợp các bội số của 46.

d) A là tập hợp các số chẵn, B là tập hợp các số lẻ.

**Bài 13.** Cho hai tập hợp A = {| *n* là ước số của 15}, B = {| *n* là ước số của 25}. Tìm AB và AB.

**Bài 14.** Lớp 6A có 35 học sinh. Sau khi điều tra ý thích của các em về bơi, bóng đá, cầu lông, giáo viên Thể dục biết:

a) Có 5 em thích cả bơi, bóng đá, cầu lông.

b) Có 7 em thích bơi và cầu lông.

c) Có 6 em thích bơi và bóng đá.

d) Có 9 em thích bóng đá và cầu lông.

e) Có 17 em thích bóng đá.

g) Có 11 em thích bơi.

Hỏi có bao nhiêu em thích cầu lông?

**D/ *Bài tập về bội chung, bội chung nhỏ nhất***

**I/ VÍ DỤ**

**Ví dụ 1.**

1) Số 88 có là bội chung của 22 và 40 không? Vì sao?

2) Số 124 có là bội chung của 31; 62 và 4 không? Vì sao?

***Lời giải***

1) Do 88 không chia hết cho 40 nên 88 không là bội chung của 22 và 40.

2) Do 124 = 4.31 = 2.62 nên 124 chia hết cho 4; 31; 62.

Vậy 124 có là bội chung của 31; 62 và 4.

**Ví dụ 2.** Số đội viên của một liên đội là số có ba chữ số nhỏ hơn 300. Mỗi lần xếp thành 3 hàng, 7 hàng, 10 hàng đều vừa đủ. Tính số đội viên của liên đội đó.

***Lời giải***

Gọi số đội viên của liên đội là *a* ()

Do mỗi lần xếp thành 3 hàng, 7 hàng, 10 hàng đều vừa đủ nên *a* chia hết cho 3; 7; 10.

Tức là BC(3; 7; 10). Ta có BCNN(3; 7; 10) = 210 nên *a* là bội của 210 mà *a*< 300 nên *a* = 210

Vậy số đội viên của liên đội đó là 210 đội viên

**Ví dụ 3.** Tìm số có ba chữ số, biết rằng khi đem số đó chia cho 20; 25; 30 đều được cùng số dư là 15.

***Lời giải***

Gọi số cần tìm là *a* (

*a* chia cho 20; 25; 30 cùng có số dư là 15 nên *a* – 15  BC(20; 25; 30)

Mà BCNN(20; 25; 30) = 300 nên *a* – 15 là bội của 30 *a* – 15  {300; 600; 900}

Vì vậy *a* {315; 615; 915}.

**Ví dụ 4.** Số học sinh của lớp 6A có không quá 50 em. Khi xếp 2 hàng thì thừa 1 em, xếp 3 hàng thì thừa 2 em, xếp 7 hàng thì thừa 6 em. Tính số học sinh của lớp 6A.

***Lời giải***

Gọi số học sinh của lớp 6A là *a*

Theo bài ra ta có *a* chia cho 2; 3; 7 có các số dư lần lượt là 1; 2; 6 nên *a* + 1  BC(2; 3; 7)

Mà BCNN(2; 3; 7) = 42 nên *a* + 1 là bội số của 42 và  nên *a* + 1 = 42 *a* = 41

Vậy số học sinh của lớp 6A là 41 học sinh.

* ***Nhận xét:***

- Số tự nhiên *a* chia cho *m; n; p* có cùng số dư là *r* thì *a – r* BC(*m; n; p*)

- Số tự nhiên *a* chia cho *m; n; p* có số dư lần lượt là *r; t; u* sao cho *m – r = n – t = p – u = c* thì *a + c* BC(*m; n; p*).

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 15.** Xác định các tập hợp

a) B(25); B(39); B(25; 39)

b) BC(100; 120; 140)

**Bài 16.** Một số tự nhiên khi chia cho 4 dư 3, chia cho 5 dư 4; chia cho 6 dư 5. Biết rằng số đó nằm trong khoảng từ 200 đến 400. Hãy tìm số tự nhiên đó.

**Bài 17.** Số học sinh của một trường THCS là một số có ba chữ số lớn hơn 800. Mỗi lần xếp hàng 5; hàng 6; hàng 7; hàng 8 đều vừa đủ không thừa học sinh nào. Hỏi trường đó có bao nhiêu học sinh?

**Bài 19.** Hai bạn An và Bình thường đến thư viện đọc sách. An cứ 7 ngày đến thư viện một lần. Bình cứ 10 ngày đến thư viện một lần. Lần đầu cả hai bạn cùng đến thư viện vào một ngày. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì hai bạn lại cùng đến thư viện?

**Bài 19.** Ba đội công nhân cùng trồng một số cây như nhau. Tính ra mỗi công nhân đội I trồng 7 cây, mỗi công nhân đội II trồng 8 cây, mỗi công nhân đội III trồng 6 cây. Tính số công nhân mỗi đội, biết rằng số cây mỗi đội phải trồng trong khoảng từ 100 đến 200.

**Bài 20.** Một rổ trứng khi đếm theo chục hoặc tá đều thừa 6 quả, khi đếm theo 9 quả một thì vừa hết. Hỏi rổ trứng đó có bao nhiêu quả? Biết rằng số trứng trong khoảng từ 100 đến 200 quả.

**Bài 21.** Một bến xe cứ 15 phút lại có một chuyến xa buýt rời bến, 20 phút lại có một chuyến xe khách rời bến, 5 phút lại có mốt chiếc xe taxi rời bến. Lúc 5 giờ, một xe taxi, một xe khách, một xe buýt rời bến cùng một lúc. Hỏi lúc mấy giờ lại có ba xe cùng rời bến một lần tiếp theo?

**E/ *Bài tập về quan hệ giữa ước chung, bội chung, ước chung lớn nhất, bội chung nhỏ nhất***

**I. PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

Kí hiệu *d* ƯC(*a; b*); *d\** = ƯCLN(*a; b*), *m* BC(*a; b*); *m*\* = BCNN(*a; b*) thì



; ; 

*m\*.d\** = ƯCLN(*a; b*)**.** BCNN(*a; b*) = *a.b* (1)

Đặc biệt nếu ƯCLN(*a; b*) = 1 thì BCNN(*a; b*) = *a.b*

**II. VÍ DỤ**

**Ví dụ 1.** Dựa vào công thức (1), hãy tìm

1) BCNN(15; 18)

2) BCNN(16; 25)

***Lời giải***

1) ƯCLN(15;18) = 3 nên BCNN(15; 18) = (15.18):3 = 90

2. ƯCLN (6; 25) = 1 nên BCNN(6; 25) = 6.25 = 150

**Ví dụ 2.** Tìm hai số tự nhiên *a* và *b*, biết rằng: ƯCLN(*a; b*) = 3 và BCNN(*a; b*) = 90.

***Lời giải***

Từ ƯCLN(*a; b*) = 3 suy ra ƯCLN(**) = 1 và áp dụng công thức (1) ta có:

a.b = ƯCLN(*a; b*) . BCNN(*a; b*) **=** 3.90 = 270 suy ra *=* 30

Viết 30 thành tích hai số nguyên tố cùng nhau:

30 = 1.30 = 2.15 = 3.10 = 5.6. Ta có bảng ():

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | *a* | *b* |
| 1 | 30 | 3 | 90 |
| 2 | 15 | 6 | 45 |
| 3 | 10 | 9 | 30 |
| 5 | 6 | 15 | 18 |

**Ví dụ 3.** Tìm hai số tự nhiên *a* và *b* biết *a + b* = 20 và BCNN(*a; b*) = 15

***Lời giải***

Gọi *d* = ƯCLN(*a; b*) thì d ƯC(20; 15). Mà ƯCLN(20; 15) = 5 nên *d* = 1 hoặc *d* = 5

Nếu *d* = 1 thì *a.b* = 1.15 = 15 = 1.15 = 3.5, khi đó *a + b* = 3 + 5 = 8 hoặc *a + b* = 1 + 15 = 16 (Mâu thuẫn với giả thiết *a + b* = 20)

Nếu *d* = 5 thì *a.b* = 5.15 = 75, *a + b* = 20. Tìm được *a* = 5; *b* = 15

Vậy hai số tự nhiên cần tìm là: 5 và 15

**III. BÀI TẬP**

**Bài 22.** Vận dụng công thức (1) để tính nhanh

1) BCNN(325; 189)

2) BCNN(428; 564)

**Bài 23.** Tìm hai số tự nhiên lớn hơn 1, nguyên tố cùng nhau và có bội chung nhỏ nhất bằng 18.

**Bài 24.** Tìm hai số tự nhiên *a, b*. Biết ƯCLN(*a; b*) = 5 và BCNN(*a; b*) = 60

**Bài 25.** Tìm hai số tự nhiên *a, b.* Biết *a – b* = 6 và BCNN(*a; b*) = 180

**Bài 26.** Tìm hai số tự nhiên *a, b*. Biết *a.b* = 891 và ƯCLN(*a; b*) = 3

**HƯỚNG DẪN**

**Bài 1.**

a) Ư(25) = {1; 5; 25}; Ư(39) = {1; 3; 13; 39}; ƯC(25; 39) = {1}.

b) Ư(100) = {1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50; 100}

Ư(120) = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 24; 30; 40; 60; 120}

Ư(140) = {1; 2; 4; 5; 7; 10; 14; 20; 28; 35; 70; 140}

ƯC(100; 120; 140) = {1; 2; 4; 5; 10; 20}

**Bài 2.** Chiều dài cạnh hình vuông là ƯC(24; 60) = {1; 2; 3; 4; 6; 12}. Có 6 cách chia, trong đó cách chia cạnh hình vuông bằng 12m thì hình vuông có diện tích lớn nhất.

**Bài 3.** Số túi bi là ƯC(48; 30; 66) = {1; 2; 3; 6} nên Lan có 4 cách chia bi. Trong đó số túi nhiều nhất là 6, lúc đó mỗi túi có 8 bi đỏ, 5 bi xanh và 11 bi vàng

**Bài 4.** Mỗi hộp bút chì có 3 bút chì màu

**Bài 5.** Mỗi em trồng 3 cây. Lớp 6A có 44 học sinh, lớp 6B có 45 học sinh.

**Bài 6.** Do 111 chia cho *a* dư 5 nên 111 – 15 = 96 *a* và *a*> 15.

180 chia cho *a* dư 20 nên 180 – 20 = 160 *a* và *a*> 20.

Vậy *a* là ƯC(96; 160) lớn hớn 20. Tìm được *a* = 32.

**Bài 7.** ƯCLN(525; 875; 280) = 35, *a* là Ư(35) và *a* > 25 nên *a* = 35

**Bài 8.** a) ƯCLN(10; 20; 70) = 10 ƯC(10; 20; 70) ={1; 2; 5; 10}

b) ƯCLN(5661; 5291; 4292) = 1 ƯC(5661; 5291; 4292) = {1}

**Bài 9.** Gọi *d* là ƯC(*a*; *a* + 2); ta có *a  d* và *a* + 2*d*

Do đó 2  *d*, tức là *d* = 1 hoặc 2

- Với *a* lẻ thì ƯCLN(*a*; *a* + 2) = 1.

- Với *a* chẵn thì ƯCLN(*a*; *a* + 2) = 2

**Bài 10:**

Gọi d là ƯCLN của 11a +2b và 18a +5b

=> 11a +2b chia hết cho d và 18a +5b chia hết cho d

=> 18.(11a + 2b) chia hết cho d và 11(18a + 5b) chia hết cho d

=> 11(18a + 5b) - 18.(11a + 2b) chia hết cho d => 19b chia hết cho d

=> 19 chia hết cho d hoặc b chia hết cho d

=> d là ước của 19 hoặc d là ước của b (1)

Tương tự ta cũng có 5.(11a + 2b) chia hết cho d và 2(18a + 5b) chia hết cho d

=> 5.(11a + 2b) - 2(18a + 5b) chia hết cho d

=> 19a chia hết cho d

=> 19 chia hết cho d hoặc a chia hết cho d

=> d là ước của 19 hoặc d là ước của a (2)

Từ (1) và (2) suy ra d là ước của 19 hoặc d là ước chung của a và b

=> d = 19 hoặc d = 1

Vậy ƯCLN của 11a + 2b và 18a + 5b là 19 hoặc 1

**Bài 11:**

Số hàng ít nhất khi số học sinh trong một hàng nhiều nhất.

Vì số học sinh mỗi môn trong một hàng là bằng nhau nên số học sinh mỗi hàng phải là ƯCLN(96; 120; 72) = 24

=> Số hàng ít nhất là: (96 + 120 + 72) : 24 = 12 hàng

**Bài 16:** a : 4 dư 3 ; a : 5 dư 4 ; a : 6 dư 5

=> a + 1 là BC(4, 5, 6)

Mà 200 ≤ a ≤ 400 => a ∈ {239; 299; 359}

**Bài 17.** Tương tự *Ví dụ 3*: Trường đó có 840 học sinh.

**Bài 18.** Số ngày ít nhất để An và Bình lại cùng đến thư viện là BCNN(7; 10) = 70.

**Bài 19.** Số cây mỗi đội trồng là BC(6; 7; 8) và nằm trong khoảng từ 100 đến 200.Tìm được số cây mỗi đội trồng là 168. Đội I có 24 công nhân, đội II có 21 công nhân, đội III có 28 công nhân.

**Bài 20.** Tương tự*Ví dụ 3*: Trong rổ có 126 quả trứng.

**Bài 21.** Số thời gian ba loại xe lại cùng rời bến là BCNN(15; 20; 5) = 60 (phút).

**Bài 22.** Vận dụng công thức (1) để tính nhanh

1) Do ƯCLN(325; 189) = 1 nên BCNN(325;189) = 325.189 = 61425

2) Do ƯCLN(428; 564) = 4 nên BCNN(428; 564) = 428.564 : 4 = 965568

**Bài 23.** Gọi hai số cần tìm là *a, b*. Ta có ƯCLN(*a; b*) = 1 và BCNN(*a; b*) = 18

Theo công thức (1) có *a.b* = 18 = 1.18 = 2.9. Vậy hai số cần tìm là 1 và 18 hoặc 2 và 9.

**Bài 24.** Tương tự Ví dụ 2: Ta tìm được a = 5; b = 60 hoặc a = 15; b = 20

**Bài 25**. Gọi *d* = ƯCLN(*a; b*) thì dƯC(180; 6)

Mà ƯCLN(180; 6) = 6 nên *d*{1; 2; 3; 6}

Nếu *d* = 1 thì *a.b* = 180, *a – b* = 6 nên không tồn tại.

Nếu *d* = 2, khi đó *a.b* = 180.2 = 360 và *a – b* = 6 nên không tồn tại.

Nếu *d* = 3, khi đó *a.b* = 180.3 = 530 và *a – b* = 6 nên không tồn tại.

Nếu *d* = 6, khi đó *a.b* = 180.6 = 1080 và *a – b* = 6. Tìm được *a* = 36; *b* = 30

**Bài 26.** BCNN(*a; b*) = 891 : 3 = 297

Tương tự *Ví dụ 2*: tìm được *a* = 27; *b* = 33