**CHỦ ĐỀ 6: TÍNH TỔNG CÁC LŨY THỪA THEO QUY LUẬT.**

**DẠNG 1: TỔNG CÓ DẠNG: S = 1 + a + a2 + a3 + ….+ an (1)**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

B1: Nhân vào hai vế của đẳng thức với số **a** ta được.

a.S = a + a2 + a3 + a4 + ….+ an + 1 (2)

B2: Lấy (2) trừ (1) vế theo vế được:

a.S – S = an + 1 – 1 => 

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Tính tổng S = 1 + 2 + 22 + 23 + 24 +…..+ 2100

**Bài 2:** Tính tổng S = 6 + 62 + 63 + 64 + …..+ 699

**Bài 3:** Tính tổng S = 1 + 4 + 42 + 43 + …...+ 41000

**Bài 4:** Tính tổng S = 

**Bài 5:** Tính tổng S = 

**DẠNG 2: TỔNG CÓ DẠNG: S = 1 + a2 + a4 + a6 + ….+ a2n (1)**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

B1: Nhân vào hai vế của đẳng thức với số **a2** ta được.

a2.S = a2 + a4 + a6 + a8 + ….+ a2n + 2 (2)

B2: Lấy (2) trừ (1) vế theo vế được:

a2.S – S = a2n + 2 – 1 => 

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Tính tổng S = 1 + 22 + 24 + 26 + …..+ 298 + 2100

**Bài 2:** Tính tổng S = 62 + 64 + 66 + …..+ 698 + 6100

**Bài 3:** Tính tổng S = 1 + 32 + 34 + 36 + …...+ 3100 + 3102

**Bài 4:** Tính tổng S = 

**Bài 5:** Tính tổng S = 

**DẠNG 3: TỔNG CÓ DẠNG: S = a + a3 + a5 + a7 + ….+ a2n + 1 (1)**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

B1: Nhân vào hai vế của đẳng thức với số **a2** ta được.

a2.S = a3 + a5 + a7 + a9 + ….+ a2n + 3 (2)

B2: Lấy (2) trừ (1) vế theo vế được:

a2.S – S = a2n + 3 – a => 

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Tính tổng S = 1 + 2 + 23 + 25 + …..+ 299 + 2101

**Bài 2:** Tính tổng S = 63 + 65 + 67 + …..+ 699 + 6101

**Bài 3:** Tính tổng S = 1 + 33 + 35 + 37 + …...+ 3101 + 3103

**Bài 4:** Tính tổng S = 

**Bài 5:** Tính tổng S = 

**DẠNG 4: TỔNG CÓ DẠNG: S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + ….+ (n – 1). n (1)**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

Vì khoảng cách giữa 2 thừa số trong mỗi số hạng bằng 1 => Nhân vào hai vế của đẳng thức với 3 lần khoảng cách (nhân với 3) ta được.

3.S = 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + 4.5.3+ ….+ (n – 2).(n – 1) .3+ (n - 1).n.3

= 1.2.3 + 2.3.(4 – 1) + 3.4.(5 – 2) + ….+ (n – 2).(n – 1).[n – (n – 3)]

+ (n -1).n.[(n + 1) – (n – 2)]

= (n – 1).n.(n + 1)

* 

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Tính tổng S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + …..+ 99.100

**Bài 2:** Tính tổng S = 1.3 + 3.5 + 5.7 + …..+ 99.101

**Bài 3:** Tính tổng S = 1.4 + 4.7 + 7.10 + …37.40 + 40.43

**DẠNG 5: TỔNG CÓ DẠNG: P = 12 + 22 + 32 + 42 + … + n2**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

Áp dụng tổng của DẠNG 5 là: S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + ….+ n(n+1)

S = 1.(1 + 1) +2 (2 +1 ) + 3(3 + 1) + 4(4 + 1) +…+ n(n + 1)

= (12 + 22 + 32 + 42 + … + n2) + (1 + 2 + 3 + …. + n)

= P + (1 + 2 + 3 + …. + n)

* P = S - (1 + 2 + 3 + …. + n)

Trong đó theo DẠNG 5 thì S = 

Theo DẠNG 1 thì (1 + 2 + 3 + …. + n) = 

* P = 

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 4:** Tính tổng P = 12 + 22 + 32 + …+ 502

**Bài 5:** Tính tổng Q = 12 + 22 + 32 + …+ 512

**DẠNG 6: TỔNG CÓ DẠNG: S = 12 + 32 + 52 + …+ (2n+1)2**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

Áp dụng tổng A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + ….+ (k - 2)(k - 1) + (k – 1). k **Với k = 2n + 2**

= 0.1 + 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + ….+ (k - 2)(k - 1) + (k – 1). k

= 1(0 + 2) + 3(2 + 4) + 5(4 + 6) + …+ (k – 1). [(k– 2) + k]

= 1.2 + 3. 6 + 5.10 +…+ (k - 1).(2k – 2)

= 1.1.2 + 3.3.2 + 5.5.2 +…+ (k – 1).(k – 1).2

= 2.[12 + 32 + 52 + ….+ (k – 1)2]

= 2.[12 + 32 + 52 + ….+ (2n + 1)2]

= 2.S

* S =  mà theo DẠNG 5 thì tổng 
* S = 

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Tính tổng S = 12 + 32 + 52 + …+ 992

**Bài 2:** Tính tổng S **=** 52 + 72 + 92 +…+ 1012

**Bài 3:** Tính tổng S = 112 + 132 + ….+ 20092

**DẠNG 7: TỔNG CÓ DẠNG: S = 22 + 42 + 62 + …+ (2n)2**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

Áp dụng tổng A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + ….+ (k - 2)(k - 1) + (k – 1). k **Với k = 2n + 1**

= 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 + ….+ (k - 2)(k - 1) + (k – 1). k

= 2(1 + 3) + 4(3 + 5) + 6(5 + 7) + …+ (k – 1). [(k– 2) + k]

= 2.4 + 4.8 + 6.12 +…+ (k - 1).(2k – 2)

= 2.2.2 + 4.4.2 + 6.6.2 +…+ (k – 1).(k – 1).2

= 2.[12 + 32 + 52 + ….+ (k – 1)2]

= 2.[22 + 42 + 62 + ….+ (2n)2]

= 2.S

* S =  mà theo DẠNG 5 thì tổng 
* S = 

**Áp dụng tính: P = 12 + 22 + 32 + ….+ n2**

Xét: S = 22 + 42 + 62 + …+ (2n)2

=> 12 + 22 + 32 + ….+ n2 => P = 

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Tính tổng M = 22 + 42 + 62 + …+ 1002

**Bài 2:** Tính tổng N **=** 62 + 82 + 102 +…+ 1022

**Bài 3:** Tính tổng H = 122 + 142 + ….+ 20102

**Bài 4:** Tính tổng P = 12 + 22 + 32 + …+ 1002

**Bài 5:** Tính tổng Q = 12 + 22 + 32 + …+ 1012

**Bài 6:** Tính tổng A = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + …+ 10000.

**Bài 7:** Tính tổng K = - 12 + 22 – 32 + 42 – 52 +….- 192 + 202

**Bài 8:** Biết rằng 12 + 22 + 32 +…+ 102 = 385, Tính tổng S = 22 + 42 + 62 + … + 202

**DẠNG 8: TỔNG CÓ DẠNG: S = a1.a2 + a2.a3 + a3.a4 + a4.a5 + ….+ an-1­. an (1)**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

**\* Với a2 – a1 = a3 – a2 = ….= an - an-1 = 2**

**S = a1.(a1 + 2) + a2. (a2 + 2) + a3. (a3 + 2) + a4. (a4 + 2) + ….+ an-1­. (an - 1 + 2)**

**= **

**= S1 + k. S2**

Trong đó tổng S1 =  được tính theo DẠNG 6 và DẠNG 7.

S2 =  được tính theo DẠNG 1.

\* **Với a2 – a1 = a3 – a2 = ….= an - an-1 = k > 2**

Nhân cả hai vế với **3k** , rồi tách **3k** ở mỗi số hạng để tạo thành các số hạng mới tự triệt tiêu.

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Tính tổng M = 1.3 + 3.5 + 5.7 + ….+ 49.51

**Bài 2:** Tính tổng N = 2.4 + 4.6 + 6.8 + …..+ 100.102

**Bài 3:** Tính tổng P = 1.4 + 4.7 + 7.10 + ….+ 49.52

Hướng dẫn

Vì khoảng cách giữa hai thừa số trong mỗi số hạng bằng 3

* Nhân cả hai vế với 9 ta có:

9P = 1.4.9 + 4.7.9 + 7.10.9 + ….+ 46.49.9 + 49.52.9

= 1.4.(7 + 2) + 4.7.(10 – 1) + 7.10.(13 – 4) + …+ 46.49.(52 – 43) + 49.52.(55 – 46)

= 1.4.2 + 49.52.55

= 140148

* P = 15572

**Bài 4:** Tính tổng S = 2.6 + 6.10 + 10.14 + 14.18 + ….+42.46 + 50.54

**DẠNG 9: TỔNG CÓ DẠNG: S = 1.a2.a3 + a2.a3 .a4 + a3.a4 .a5 + a4.a5.a6 + ….+ an-2 .an-1­. an**

**Với a2 – 1 = a3 – a2 = a4 – a3 =….= an - an-1 = k**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

Nhân hai vế với **4k**, rồi tách **4k** ở mỗi số hạng trong tổng để số hạng trước và số hạng sau tạo thành những số tự triệt tiêu nhau.

4k.S = 1.a2.a3.4k + a2.a3 .a4.4k + a3.a4 .a5.4k + a4.a5.a6.4k + ….+ an-2 .an-1­. an.4k

= an-2 .an-1­. an.(an + k)

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Tính tổng S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + …..+ 16.17.18 + 17.18.19

Hướng dẫn

Khoảng cách giữa các thừa số bằng 1 => Nhân hai vế với 4 ta được.

4S = 1.2.3.4 + 2.3.4.4 + 3.4.5.4 + …..+ 16.17.18.4 + 17.18.19.4

= 1.2.3.4 + 2.3.4.(5 – 1) + 3.4.5.(6 – 2) + …+ 16.17.18.(19 – 15) + 17.18.19.(20 – 16)

= 17.18.19.20 = 116280

**Bài 2:** Tính tổng S = 1.3.5 + 3.5.7 + 5.7.9 + …+ 95.97.99

Gợi ý: Nhân hai vế với 8

**Bài 3:** Tính tổngA = 1.2.3.4 + 2.3.4.5 + … + 18.19.20.21 + 19.20.21.22

Gợi ý: Nhân hai vế với 5

**DẠNG 10: TỔNG CÓ DẠNG: S = 1 + 23 + 33 + 43 + …+ n3**

**I/ PHƯƠNG PHÁP.**

Áp dụng tổng: B = 1.2.3 + 2.3.4 + … + (n - 1)n(n + 1)

Trong mỗi số hạng, tách thừa số đầu và thừa số sau theo tổng và hiệu của thừa số giữa với 1. Ta có:

B = (2 - 1).2.(2 + 1) + (3 - 1).3.(3 + 1) + … + (n - 1)n(n + 1)

= (23 - 2) + (33 - 3) + … + (n3 - n)

= (23 + 33 + …+ n3) - (2 + 3 + …+ n)

= (1 + 23 + 33 + …+ n3) - (1 + 2 + 3 + …+ n)

=> S = B + (1 + 2 + 3 + …+ n)

Trong đó: Theo DẠNG 10 thì: B = 

Theo DẠNG 1 thì: 1 + 2 + 3 + …+ n = 

Vậy S = + 

Hay S = 1 + 23 + 33 + 43 + …+ n3 **=** (1 + 2 + 3 + …+ n)2 = 

**II/ BÀI TẬP VẬN DỤNG.**

**Bài 1:** Tính tổng S = 13 + 23 + 33 + … + 1003

**Bài 2:** Tính tổng S = 13 + 23 + 33 + … + 513